

Tipos de vectores:

Vectores canonicos: Son aquellos vectores los cuales tiene componentes nulas en casi todas las entradas, excepto en la i -esima componente en la cual sera igual a 1.

\mathbb{R}^2

$$e_1 = (1, 0) ; e_2 = (0, 1)$$

\mathbb{R}^3

$$e_1 = (1, 0, 0) ; e_2 = (0, 1, 0) ; e_3 = (0, 0, 1)$$

\mathbb{R}^4

$$e_1 = (1, 0, 0, 0) ; e_2 = (0, 1, 0, 0) ; e_3 = (0, 0, 1, 0)$$

$$e_4 = (0, 0, 0, 1)$$

Vectores unitarios: Un vector unitario es un vector cuya norma es siempre igual a 1.

Ejemplo

\mathbb{R}^2

$$V = \{e_1, e_2\}$$

$$\|e_1\| = \|(1, 0)\| = \sqrt{1^2 + 0^2} = \sqrt{1} = 1$$

En general los vectores canonicos son unitarios.

Ejemplo 2: Consideremos el vector

$$a) \vec{v} = (1, 1) \longrightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{2} \quad (\text{No es})$$

$$b) \vec{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \longrightarrow \|\vec{u}\| = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{No es})$$

$$c) \vec{w} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right) \longrightarrow \|\vec{w}\| = 1 \quad (\text{Si es})$$

Construcción de vectores unitarios: Dado un vector cualquiera excepto un vector cuyas todas componentes sean todas cero, se podrá construir un vector unitario de la siguiente forma:

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$$

$$\|\vec{u}\| > 1$$

Luego existe un escalar α tal que

$$\alpha \|\vec{u}\| = 1 \rightarrow \alpha = \frac{1}{\|\vec{u}\|}$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2}$$

$$\|\alpha \vec{u}\| = |\alpha| \|\vec{u}\| \quad \text{Por lo tanto}$$

$$\alpha \|\vec{u}\| = \|\alpha \cdot \vec{u}\| = 1$$

Es decir el vector

$$\vec{w} = \alpha \vec{u}$$

Es unitario

$$\vec{w} = \frac{1}{\|\vec{u}\|} \cdot \vec{u} = \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$$

Ejemplo 1:

$$\vec{u} = (2, -5)$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$$

$$\vec{w} = \frac{(2, -5)}{\sqrt{29}} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{-5}{\sqrt{29}} \right)$$

(Vector unitario)